

Examen de théorie des automates

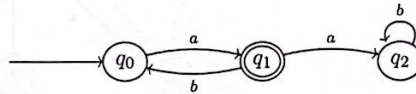
1h30 avec documents autorisés

Session 1 - Mars 2023

Tous les exercices sont indépendants.

I. Compréhension du cours

- 1) Pour chaque expression régulière, indiquer si Λ appartient au langage associé à l'expression régulière.
 - i. $(a + b)^*$
 - ii. $a(a + b)^*$
 - iii. $a(a + b)^* + \Lambda$
 - iv. $a((a + b)^* + \Lambda)$
- 2) Soit A l'automate suivant :



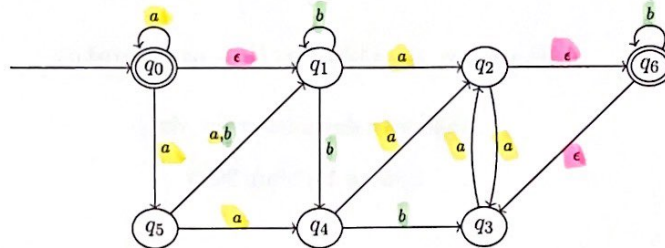
Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse.

- i. A est un automate fini déterministe.
 - ii. A est un automate fini complet.
 - iii. $a \in L(A)$
 - iv. $ab \in L(A)$
 - v. $b \in L(A)$
- 3) Soit A un automate fini non déterministe et A_d un automate fini déterministe tel que $L(A) = L(A_d)$.

Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse.

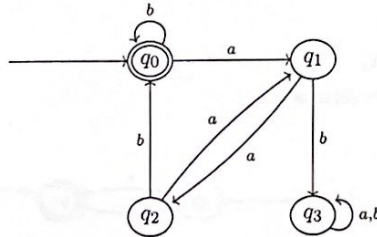
 - i. A a nécessairement plus ou autant d'états que A_d .
 - ii. A a nécessairement moins ou autant d'états que A_d .
 - iii. A peut avoir plus ou autant d'états que A_d .
 - iv. A peut avoir moins ou autant d'états que A_d .
 - 4) Soient A_1 et A_2 deux automates déterministes et complets. Soient A_{1_m} et A_{2_m} les automates minimaux correspondants. Quelles propositions sont vraies ?
 - i. $A_{1_m} = A_{2_m} \implies A_1 = A_2$
 - ii. $A_{1_m} = A_{2_m} \iff A_1 = A_2$
 - iii. $A_{1_m} = A_{2_m} \implies L(A_1) = L(A_2)$
 - iv. $A_{1_m} = A_{2_m} \iff L(A_1) = L(A_2)$

II. Soit l'automate non déterministe :



- 1) Donner la ou les séquences d'évolutions de configurations nécessaires pour conclure si le mot $bbab$ est accepté ou pas par l'automate.
- 2) Déterminer cet automate à états fini (8 états dans l'automate déterminisé, le graphe résultat est planaire).
- 3) Minimiser l'automate déterministe obtenu (3 états dans l'automate minimal).

III. Soit l'automate :



- 1) Poser le système d'équations qui permettra de calculer l'expression régulière correspondant au langage reconnu par cet automate.
 - 2) Calculer l'expression régulière correspondant au langage reconnu par cet automate.
- IV. Soit l'expression régulière $e_0 = a(ba^*b + a^*(a + b))$. Construire, par la méthode des dérivées, l'automate déterministe correspondant à e_0 .
- V. Modélisation : "Le barman aveugle avec des gants de boxe"

Quatre verres sont sur un plateau. Ils sont disposés aux sommets d'un carré, tantôt à l'envers, tantôt à l'envers. Un barman aveugle et avec des gants de boxe essaie de mettre tous les verres dans le même sens (peu importe le sens). A chaque fois qu'il va faire un essai, une personne farceuse mais honnête tourne le plateau à sa guise (rotation de 0° , 90° , 180° ou 270° pour que les verres restent aux 4 sommets du carré), le laisse effectuer sa manipulation (retourner un verre ou deux : le barman n'a que deux mains!) puis lui dit s'il a réussi. On ne peut pas partir d'une situation où tous les verres sont dans le même sens.

- 1) Énumérer toutes les configurations du plateau que l'on peut rencontrer.
- 2) On dira que deux configurations obtenues par rotation sont "équivalentes". Regrouper les configurations "équivalentes".
- 3) On rappelle que le but du jeu est de mettre tous les verres dans le même sens (peu importe le sens). Si besoin faites des regroupements supplémentaires.
- 4) Modéliser le problème à l'aide d'un automate.
- 5) Existe-t-il une stratégie qui permet au barman de toujours réussir à mettre les verres dans le même sens ? (le but peut être atteint avant la fin de la séquence)

Barème envisagé : I : 4pt ; II : 6pt ; III : 3pt ; IV : 3pt ; V : 4pt .