

# Examen de théorie des automates

1h45 avec documents autorisés

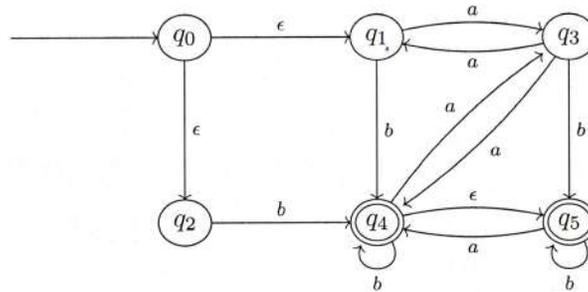
Janvier 2016

Tous les exercices sont indépendants.

## I. Compréhension du cours

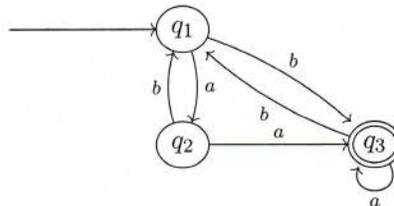
- 1) Soit  $A = (Q, X, \delta, I, F)$  un automate fini non-déterministe.  
Soit  $T(A) = \{m \in X^* \mid \exists m_1 \in X^*, m_2 \in X^*, q_I \in I, q_F \in F : m = m_1 \bullet m_2 \wedge (q_I, m) \vdash^* (q_F, m_2)\}$ .  
Que représente  $T(A)$  ?
- 2) Pourquoi les états terminaux de l'automate déterminisé sont ceux dont au moins un des états composites est terminal dans l'automate original ?
- 3) Expliquer, et justifier, l'algorithme de minimisation.

## II. Soit l'automate non déterministe :



- 1) Donnez les suites de **configurations** qui permettent de déterminer si  $aab$  appartient au langage reconnu par l'automate.
- 2) Donner un automate fini déterministe complet reconnaissant le même langage (7 états).
- 3) Minimiser l'automate déterministe obtenu.

## III. Soit l'automate :



- 1) Vérifier que cet automate est minimal.
- 2) Poser le système d'équations et calculer l'expression régulière correspondant au langage reconnu par cet automate.

## IV. Construire, par la méthode des dérivées, un automate déterministe correspondant à l'expression régulière $e_0 = ((ac + ca)(bb)^*)^*$ .

## V. Modélisation : "Le barman aveugle avec des gants de boxe"

Quatre verres sont sur un plateau. Ils sont disposés aux sommets d'un carré, tantôt à l'endroit, tantôt à l'envers. Un barman aveugle et avec des gants de boxe essaie de mettre tous les verres dans le même sens (peu importe le sens). A chaque fois qu'il va faire un essai, une personne farceuse mais honnête tourne le plateau à sa guise (rotation de  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  ou  $270^\circ$  pour que les verres restent aux 4 sommets du carré), le laisse effectuer sa manipulation (retourner un verre ou deux : le barman n'a que deux mains!) puis lui dit s'il a réussi. On ne peut pas partir d'une situation où tous les verres sont dans le même sens.

- 1) Énumérer toutes les configurations du plateau que l'on peut rencontrer.
- 2) On dira que deux configurations obtenues par rotation sont "équivalentes". Regrouper les configurations "équivalentes".
- 3) On rappelle que le but du jeu est de mettre tous les verres dans le même sens (peu importe le sens). Si besoin faites des regroupements supplémentaires.
- 4) Modéliser le problème à l'aide d'un automate.
- 5) Existe t'il une stratégie qui permet au barman de toujours réussir à mettre les verres dans le même sens? (le but peu être atteint avant la fin de la séquence)

