

## Examen de Statistique - 1h45

Le seul document autorisé est une feuille A4 recto-verso.

### 1 Statistiques descriptives

En vue de la sélection d'une bonne IHM 3D pour un jeu, deux versions de l'IHM notées respectivement A et B sont comparées au travers d'une étude impliquant 10 individus payés pour participer à la comparaison. L'étude consiste à utiliser successivement les deux versions de l'IHM pour collecter 15 pièces d'or dans des environnements 3D. Certains utilisateurs (comme l'individu 1) commencent par la version A de l'IHM avec un premier environnement 3D puis enchaînent avec la version B pour effectuer la collecte dans un second monde 3D. D'autres utilisent d'abord B puis A (comme l'individu 2). On mémorise pour chaque individu et chaque IHM utilisée le nombre de pièces collectées et le temps avant terminaison (15 pièces collectées) ou abandon. L'individu 1, avec l'IHM A, qu'il utilise en premier collecte 11 pièces sur les 15 présentes mais cachées dans l'environnement en 176 secondes avant d'abandonner. Ce même individu découvre 10 pièces en utilisant B dans un autre environnement avant d'abandonner après 197 secondes. Les résultats

indiv. 1	indiv. 2	indiv. 3	indiv. 4	indiv. 5	indiv. 6	indiv. 7	indiv. 8	indiv. 9	indiv. 10
A, 11, 176s	B 12 223	A 11 189	B 12 236	A 9 191	B 15 287	A 9 201	B 11 217	A 13 178	B 14 289
B, 10, 197s	A 14 184	B 15 289	A 11 182	B 14 265	A 12 189	B 14 287	A 11 179	B 13 240	A 12 182

On vous demande de comparer les performances des versions A et B de l'IHM en utilisant des statistiques descriptives de votre choix.

Vous identifierez, pour chaque version de l'IHM, des corrélations éventuelles entre le temps passé par les utilisateurs sur chaque collecte et le nombre de pièces récoltées.

Dans le cas d'éventuelles corrélations, vous les mettrez en évidence avec des tracés soignés (droites de régression et/ou droite de Mayer).

### 2 Estimation au sens MV

Un échantillon  $X_1, X_2, \dots, X_n$  est formé avec des variables aléatoires indépendantes distribuées selon la loi de densité

$$f(x) = \frac{1}{2\lambda^2} e^{-\sqrt{x}/\lambda}$$

avec  $\lambda > 0$  et  $x > 0$ .

Déterminer l'estimateur du maximum de vraisemblance de  $\lambda$ .

Est-il sans biais, convergent ?

On sait que  $E[\sqrt{x}] = 2\lambda$  et  $Var(\sqrt{x}) = 2\lambda^2$

### 3 Estimation

Expliquer la méthode des moments. Illustrer vos explications avec l'estimation des paramètres de la loi normale.

$$\mathcal{N}(m, \sigma^2)$$